

# De Taschäräschnr Casio (Reihe: 9860G)

Übersicht:

1. Nullstellen
2. Gleichungen 2. oder 3. Grades lösen
3. Gleichungen lösen
4. Schnittpunkte bestimmen
5. Extrempunkte
6. Wendepunkte
7. Steigung einer Funktion ausrechnen lassen
8. Tangenten und Normalen bestimmen und zeichnen lassen
9. Ableitungsfunktion zeichnen lassen
10. senkrechte Geraden einzeichnen
11. Flächen zwischen einer Funktion und der x-Achse
12. Fläche zwischen zwei Funktionen
13. Gleichungssysteme auflösen lassen (Matrizen)
14. Regression
15. Matrizen multiplizieren, invertieren

## 01 Katalog: (wichtige Befehlskombinationen mit stichwortartiger Beschreibung zu deren Aufruf)

Ableitungsfunktion	d/dx	im „Y=-“-Editor:	<b>OPTN</b> > <b>NUM</b> > <b>d/dx</b>
oder	→ siehe „Steigung einer Funktion“		
Fläche berechnen		→ siehe „Integral“	
Gleichungen lösen		jede Seite der Gleichung als Funktion eingeben, dann Schnittpunkte berechnen.	
Gleichungssysteme lösen	Matrix	im Equa-Menü:	<b>F1 : Lin Gleichungssyst</b>
Hochpunkt berechnen		→ siehe „Maximum“	
Integral	∫	im Run-Menü:	<b>OPTN</b> > <b>CALC</b> > <b>∫ dx</b>
Maximum	MAX	im Grafik-Menü:	<b>2nd</b> > <b>CALC</b> > <b>MAX</b>
Minimum	MIN	im Grafik-Menü:	<b>2nd</b> > <b>CALC</b> > <b>MIN</b>
Normale	Norm	im Grafik-Menü:	<b>Shift</b> > <b>Sketch</b> > <b>Norm</b>
Nullstellen	ROOT	im Grafik-Menü:	<b>Shift</b> > <b>G-Solv</b> > <b>ROOT</b>
Schnittpunkte	ISCT	im Grafik-Menü:	<b>Shift</b> > <b>G-Solv</b> > <b>ISCT</b>
Steigung einer Funktion	d/dx	im Run-Menü:	<b>OPTN</b> > <b>CALC</b> > <b>d/dx</b>
oder	in der Wertetabelle (sofern unter „SET UP“ die Option „Derivative“ eingeschaltet ist)		
Tangente	Tang	im Grafik-Menü:	<b>Shift</b> > <b>Sketch</b> > <b>Tang</b>
Tiefpunkt berechnen		→ siehe „Minimum“	
x-Werte	X.CAL	im Grafik-Menü:	<b>Shift</b> > <b>G-Solv</b> > <b>X.CAL</b>
y-Werte	Y.CAL	im Grafik-Menü:	<b>Shift</b> > <b>G-Solv</b> > <b>Y.CAL</b>
oder	in der Wertetabelle		

## ☛01 Nullstellen:

Ins Grafik-Menü gehen. (   - Taste ) Funktion zeichnen lassen.

Falls mehr Funktionen gezeichnet sind, wechselt man durch Drücken der Cursortasten nach oben oder unten zu den verschiedenen Funktionen. Dann  drücken.

Es erscheint (nach einer Weile) die erste Nullstelle.

Cursortaste nach rechts (▶) liefert die nächsten Nullstellen (falls vorhanden).

## ☛02 Gleichungen von Polynomen lösen:

(Polynome sind „normale“ Funktionen, also z.B.  $x^4+5x^3-3x^2...$  Keine e-Funktionen, keine Brüche, keine Wurzeln, ...)

Ins Equa-Menü gehen. (   - Taste )

Der GTR fragt, welchen Grades die Funktion ist. (2. bis 6. Grades ist möglich)

Man tippt  für 2. Grades,  für 3. Grades, etc..

Jetzt gibt man die Koeffizienten ein, das sind die Zahlen die von dem ( $x^6$ ),... , ( $x^3$ ?),  $x^2$  ,  $x$ .. stehen.

Nun tippt man  ein.

Es erscheinen die Lösungen der Gleichung.

Wichtig! Falls man Lösungen erhält, in denen hinten ein „i“ steht, ignoriert man diese.

Das sind KEINE Lösungen, die in der Schulmathematik von Bedeutung sind. (Es handelt sich hierbei um sogenannte „komplexe Zahlen“)

## ☛03 Gleichungen lösen:

Gleichungen kann man im GTR auch mit dem „SOLVER“ lösen. [Findet man unter    ]. Ich finde den allerdings ungeschickt, da man nie weiß wieviel Lösungen die Gleichung hat und was man genau eingeben muss, damit der GTR einem alle gesuchten x-Werte liefert.

Es gibt zwei Möglichkeiten, Gleichungen zu lösen.

Entweder man bringt alles auf eine Seite, so dass man wieder eine Gleichung der Form:

„irgendwas=0“ hat. Nun kann man davon Nullstellen berechnen und erhält die x-Werte.

Oder man gibt die linke Seite der Gleichung und rechte Seite der Gleichung als je eine Funktion ein berechnet nachher die Schnittpunkte dieser beiden Funktionen.

Bsp: Die Gleichung  $x^2+3x = 3\cdot\sin(x)$  soll gelöst werden. Man gibt linke und rechte Seite der Gleichungen im y-Editor ein. Z.Bsp. als: „ $y_3 = x^2+3x$ “ und „ $y_4 = 3\cdot\sin(x)$ “. Nun kann man im Grafik-Menü die Schnittpunkte von  $y_3$  und  $y_4$  bestimmen. (→ ☛04 Schnittpunkte)

## ☛04 Schnittpunkte von zwei Funktionen berechnen:

Ins Grafik-Menü gehen. (   - Taste ) Funktion zeichnen lassen.

Es erscheint der erste Schnittpunkt.

Cursortaste nach rechts (▶) liefert die nächsten Schnittpunkte (falls vorhanden).

## ↪05 Extrempunkte:

Ins Grafik-Menü gehen. (   - Taste ) Funktion zeichnen lassen.

(wenn man Tiefpunkte sucht)

(wenn man Hochpunkte sucht)

Falls mehrere Funktionen gezeichnet sind, wechselt man durch Drücken der Cursortasten nach oben oder unten zu den verschiedenen Funktionen. Dann  drücken.

Es erscheint das erste Maximum/Minimum.

Cursortaste nach rechts (▶) liefert die nächsten Extrema (falls vorhanden).

## ↪06 Wendepunkte:

Wendepunkte mit dem GTR zu berechnen geht nicht direkt.

Man kann aber zumindest über Umwege die x-Werte folgendermaßen bestimmen:

Erste Ableitung eingeben (ggf. kann man ihn auch die Ableitung zeichnen lassen →↪09Ableitungsfunktion)

Hoch und Tiefpunkte dieser ersten Ableitung bestimmen

Die x-Werte der Hoch- und Tiefpunkte sind die x-Werte der Wendepunkte.

Die y-Werte kann man dann aus der Wertetabelle (von der Ausgangsfunktion  $f(x)$  !!!) bestimmen lassen.

## ↪07 Steigung der Funktion in der Wertetabelle mit anzeigen lassen:

Möglichkeit 1

Ins Wertetabelle-Menü gehen. (   - Taste ) Wertetabelle anzeigen lassen.

Punkt „Derivative“ auf „On“ stellen (bzw. „Off“ falls man die Option wieder ausschalten will).

In der Wertetabelle erscheint ab jetzt eine zusätzliche Spalte, z.B. „Y'1“, das ist die Steigung.

Möglichkeit 2

Ins Run-Menü gehen. (   - Taste )

Die Steigung berechnet man mit:  $d/dx$ ( Funktion , x-Wert )

Falls die Funktion unter Y1 gespeichert ist und deren Steigung bei  $x=3$  berechnet werden soll, sollte also in der Anzeige stehen:  $d/dx(Y1,3)$

Das Zeichen „ $d/dx$ “ findet man unter

Das Zeichen „Y1“ findet man unter    . Jetzt noch die „1“ tippen.

## ↪08 Tangente an $f(x)$ in einem bestimmten Berührungspunkt berechnen oder zeichnen:

Ins Grafik-Menü gehen. (   - Taste ) Funktion zeichnen lassen.

(wenn man die Tangente sucht)

(wenn man die Normale sucht)

Den x-Wert des Berührungspunktes eingeben.

Danach zweimal  drücken.

Es erscheint die Gleichung der Tangente bzw. der Normale.

### ☛ 09 Ableitungsfunktion eingeben:

Annahme, man will die Ableitungsfunktion von  $f(x)$  zeichnen lassen und  $f(x)$  ist unter „Y<sub>1</sub>“ eingegeben.

Ins Grafik-Menü gehen. (   - Taste )

Die Ableitungsfunktion lässt man nun als neue Funktion zeichnen mit:

$$Y_2 = d/dx(Y_1, X)$$

Das Zeichen „d/dx“ findet man unter

Das Zeichen „Y<sub>1</sub>“ findet man unter    . Jetzt noch die „1“ tippen.

### ☛ 10 senkrechte Geraden einzeichnen:

Es gibt die Möglichkeit, im Grafik-Menü auch senkrechte Geraden einzuzeichnen.

In den y-Editor des Grafik-Menüs gehen. (   - Taste )

Am unteren Rand Rand des Bildschirms findet sich  , danach  .

Ab jetzt jetzt heißen alle nicht-benutzten Funktionen nicht mehr  $y_2, y_3, \dots$  sondern  $x_2, x_3, \dots$

Nun kann man z.B.  $x_3=4$  als senkrechte Gerade eintippen.

Nicht-benutzte Funktionen wieder auf „y=“ umzustellen, geht wieder mit   .

### ☛ 11 Fläche zwischen einer Funktion mit der x-Achse:

Sind die Grenzen bekannt? Falls nicht, erst bestimmen. (Meistens sind's die Nullstellen)

Möglichkeit 1) Im Grafik-Menü:

Ins Grafik-Menü gehen. (   - Taste ) Funktion zeichnen lassen.

Falls mehre Funktionen gezeichnet sind, wechselt man durch Drücken der Cursortasten nach oben oder unten zu den verschiedenen Funktionen. Dann  drücken.

Den x-Wert der linken Grenze eintippen: (Es erscheint gleichzeitig die Meldung: „Untere Grenze eingeben“.)

Das Zeichen „d/dx“ findet man unter

Das Zeichen „Y<sub>1</sub>“ findet man unter    . Jetzt noch die „1“ tippen.

Den x-Wert der rechten Grenze eintippen: (Es erscheint gleichzeitig die Meldung: „Obere Grenze eingeben“.)

Es erscheint der Inhalt der Fläche.

Möglichkeit 2) Im Run-Menü:

Ins Run-Menü gehen. (   - Taste )

Das Integral eingeben als:  $\int$  ( Funktion , linke Grenze, rechte Grenze)

Falls die Funktion unter Y<sub>1</sub> gespeichert ist und das Integral von  $x_1=2$  bis  $x_2=5$  berechnet werden soll, sollte also in der Anzeige stehen:  $\int(Y_1, 2, 5)$

Es erscheint der Inhalt der Fläche.

$\int$  erhält man mit:

Y<sub>1</sub> erhält man mit:    (Y<sub>2</sub> oder Y<sub>3</sub> erhält man dementsprechend)

## ↪ 12 Fläche zwischen zwei Funktionen:

Normalerweise berechnet man die Fläche zwischen zwei Funktionen mit:  $\int_{x_1}^{x_2} f(x) - g(x) dx$

Einfachheit halber gehen wir mal davon aus, dass  $f(x)$  die Kurve ist, die die Fläche oben begrenzt (obere Funktion) und  $g(x)$  die Fläche von unten begrenzt (untere Funktion).

Desweiteren gehen wir davon aus, dass  $f(x)$  unter  $Y1=.$  gespeichert ist und  $g(x)$  unter  $Y2=.$  gespeichert ist.

Sind linke und rechte Grenzen der Flächen bekannt? Falls nicht, sind's vielleicht die Schnittpunkte der Funktionen? In dem Fall zuerst Schnittpunkte berechnen.

Ins Run-Menü gehen. ( Menu Run - Taste )

Das Integral eingeben als:

$\int$  ( obere Funktion – untere Funktion , linke Grenze, rechte Grenze)

Falls die Funktion also unter  $Y1$  bzw.  $Y2$  gespeichert ist und das Integral zwischen den beiden Funktionen in den Grenzen von  $x_1=2$  bis  $x_2=5$  berechnet werden soll, sollte also in der Anzeige stehen:  $\int(Y1-Y2,2,5)$

EXE

Es erscheint der Inhalt der Fläche.

$\int$  erhält man mit: OPTN CALC  $\int dx$

$Y1$  erhält man mit: VARS GRPH Y ( $Y2$  oder  $Y3$  erhält man dementsprechend)

## ↪ 13 Gleichungssysteme auflösen lassen (Matrizen lösen):

Falls man mehrere Gleichungen mit mehreren Unbekannten hat (das sind Matrizen), kann der Taschenrechner diese lösen.

Ins Equa-Menü gehen. ( Menu Equa - Taste )

F1: Lin. Gleichungssyst

Der GTR interessiert sich dafür, wieviel Unbekannte es gibt

(das ist gleichzeitig auch die Anzahl der Gleichungen).

Das tippt man ein.

Nun tippt man die Gleichungen ein.

Wichtig! Die Gleichungen müssen immer die Form haben, dass links vom „=“ die Unbekannten stehen und rechts vom „=“ die Zahlen ohne Unbekannte. (Also z.Bsp. so:  $2x_1+4x_2-3x_3=4$ )

Wenn man mit der Eingabe fertig ist, tippt man SOLV .

Es erscheint die Lösung.

Falls man die Meldung „Mathemath. Fehler“ erhält, gibt es für das Gleichungssystem entweder *keine Lösung* oder *unendlich viele Lösungen*. In diesem Fall muss man das Gleichungssystem von Hand lösen, der GTR kann es nicht.

## ↪ 14 Regression:

Regression (oder Funktionsanpassung) heißt: Man hat mehrere Punkte ( $x$ - und  $y$ -Werte) und sucht eine Funktion, die möglichst nah an diesen Punkten vorbei läuft (vielleicht sogar durch die Punkte läuft).

Wichtig! Man muss wissen, um was für einen Funktionstyp es sich handelt. Sprich: ob es sich um eine Sinus-Funktion oder um eine Gerade, eine Gleichung 2. oder 3. oder 4. Grades, etc... handelt.

Ins Statistik-Menü gehen. (   - Taste )

Falls unter List1, List2 oder sonst irgendwelche Zahlen stehen, löscht man die am besten  
(das geht über   )

Alle x-Werte gibt man in „List1“ ein, alle y-Werte unter „List2“.

Je nachdem was man für einen Funktionstyp braucht, tippt man nun:

- falls die gesuchte Funktion eine Gerade ist,
- falls die gesuchte Funktion eine quadratische Parabel ist,
- falls die gesuchte Funktion eine Funktion dritten Grades ist,
- falls die gesuchte Funktion eine Funktion vierten Grades ist,
- falls die gesuchte Funktion eine ln-Funktion der Form  $f(x) = a+b \cdot \ln(x)$  ist,
- falls die gesuchte Funktion eine e-Funktion der Form  $f(x) = a \cdot e^{bx}$  ist,
- falls die gesuchte Funktion eine sin-Funktion der Form  $f(x) = a \cdot \sin(bx+c)+d$  ist.

Der GTR liefert die Funktion.

(Falls man die Meldung „Mathemath. Fehler“ erhält, hat man zu wenig Punkte eingegeben.)

Eine interessante Option an dieser Stelle ist

Wenn man diese Taste drückt, speichert der GTR die eben erhaltene Funktion ab.

Wenn man jetzt mit der Cursortasten z.Bsp. bis Y3=.. runter geht und dann  drückt, speichert er die Funktion unter Y3=.. ab. Das hat zum einen den Vorteil, dass man die Funktion nicht von Hand wieder im Grafik-Menü eintippen muss, zum anderen übernimmt der GTR alle lästigen Nachkommastellen, so dass keine eventuellen Rundungsfehler in der späteren Rechnung auftauchen.

## ↪ 15 Matrizen: (multiplizieren, invertieren, speichern, ..)

Es gibt immer zwei Schritte, die man machen muss:

Im ersten Schritt muss man die Matrizen einspeichern. Das geht im Run-Menü (also im Haupt-Menü) mit der „F1“ Taste (   ).

Der zweite Schritt ist das eigentliche Rechnen mit den Matrizen (multiplizieren, invertieren,...).

Erster Schritt: Matrix bzw. Matrizen einspeichern:

Ins Run-Menü gehen. (   - Taste ),

danach mit  ins Matrizen-Untermenü wechseln.

Matrix aussuchen, in welche man die Zahlen einspeichern will (Cursortasten hoch oder runter)

Cursortaste nach rechts, um dem freundlichen GTR zu sagen, wieviel Zeilen bzw. Spalten die Matrix haben soll. (Die erste Zahl, die man eintippt, gibt die Anzahl der Zeilen an, die zweite Zahl gibt die Anzahl der Spalten an.) Nachdem man das getan hat, erscheint eine Matrix, in welche man die Werte eingeben könnt.

Mit  kommt man wieder zurück (und kann ggf die nächste Matrix eintippen)

Zweiter Schritt: Mit Matrizen rumrechnen:

Mit  zurück ins Run-Menü wechseln.

Man gibt im GTR eine Matrix mit den Tasten ein:

und dann den Namen der Matrix (z.B.   )

Matrizen multiplizieren (oder addieren):

Annahme, man will die Matrix A mit der Matrix B multiplizieren:

Zuerst sollte man beide Matrizen bereits eingegeben haben (Siehe „Erster Schritt“).

Bevor man „EXE“ tippt, sollte im Display letztendlich stehen: „Mat A  $\times$  Mat B“.

Dieses erreicht ihr mit der Tastenkombination:

OPTN Mat Mat Alpha A  $\times$  Mat Alpha B EXE

(Addieren von Matrizen geht natürlich genau gleich, nur dass man statt „mal“ ein „plus“ eintippt)

Matrizen invertieren:

Die Inverse einer Matrix erreicht man mit der „ $x^{-1}$ “-Taste. (Also SHIFT ))

Wollt Ihr also z.B. die Inverse der Matrix A erhalten, sollte im Display stehen: „Mat A  $^{-1}$ “

Das erreicht ihr mit der Tastenkombination:

OPTN Mat Mat Alpha A SHIFT ) EXE

Matrizen einspeichern:

Man kann Ergebnisse auch speichern.

Also, angenommen, man will die Matrizen A und B miteinander multiplizieren, das Ergebnis davon wird man vermutlich jedoch noch ein paar Mal brauchen.

Da wäre es geschickt dieses Ergebnis einzuspeichern (ohne es noch mal extra eingeben zu müssen).

Entscheidend hierfür ist der Pfeil:  $\rightarrow$ , der *vor* der „Exe“-Taste verwendet werden muss.

Man multipliziert also die Matrizen A und B miteinander und will die Ergebnis-Matrix unter der Matrix „C“ einspeichern:

Im Display sollte vor Drücken der „Exe“-Taste stehen: „Mat A  $\times$  Mat B  $\rightarrow$  Mat C“.

Man erreicht das mit der Tastenkombination:

OPTN Mat Mat F1 Alpha A  $\times$  Mat Alpha B  $\rightarrow$  Mat Alpha C  
EXE

Jetzt wird die Ergebnismatrix angezeigt *und* sie ist unter Matrix C gespeichert.

Ebenso: wenn man z.B. Die Matrix „D“ invertieren will und unter Matrix „F“ einspeichern will, sollte im Display stehen: „Mat D  $^{-1}$   $\rightarrow$  Mat F“

Das erreicht man mit der Tastenkombination:

OPTN Mat Mat Alpha D SHIFT )  $\rightarrow$  Mat Alpha F  
EXE

Ich hoffe, alles funktioniert, anderenfalls ...

Viel Glück