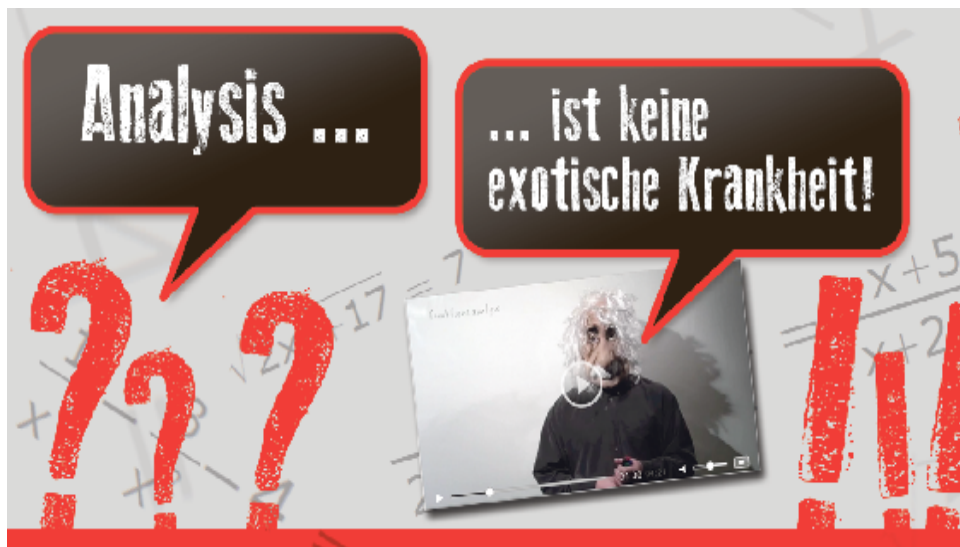




Übungsaufgaben mit Lösungen

Analysis – höhere Mathematik

Mehrdimensionale Funktionen

Differentialgleichungen

Komplexe Zahlen

Finanzmathematik



Kostenlose Videos mit
Rechenwegen
auf **Mathe-Seite.de**

Kombiniere Lern-Videos mit Lern-Schriften - für bessere Noten.

Du möchtest nicht nur die Lern-Videos schauen, sondern auch mal ein paar Übungsaufgaben rechnen oder Theorie nachlesen?

Dann nutze die kostenlosen Lern-Schriften!

Das Besondere an den Lern-Schriften ist, dass Struktur und Inhalte identisch mit den Lern-Videos auf der Mathe-Seite.de sind. Falls du also in den Lern-Schriften etwas nicht verstehst, findest du die nötigen Erklärungen im Lern-Video - am schnellsten via QR-Codes.

Lern-Schriften + Lern-Videos = bessere Noten

Was dir das nützt: Dein Lernen wird wesentlich effektiver, denn du profitierst vom sogenannten "crossmedialen Effekt". Der kommt aus der Werbe-Psychologie und bewirkt, dass du die Thematik intensiver wahrnimmst, besser verstehst und länger memorierst. Das bietet übrigens nur die Mathe-Seite.de!

Das Mathe-Trainings-Heft (MTH)

Das vorliegende Mathe-Trainings-Heft beinhaltet Rechenaufgaben und Lösungen speziell zur Prüfungsvorbereitung für Oberstufe und Abitur. Solltest du eine Aufgabe nicht lösen können, findest du den Rechenweg direkt per QR-Link im Lern-Video.

Zum Beispiel: Den Lösungsweg zu den Übungsaufgaben [A.42.06] findest du online auf der Mathe-Seite.de im Kapitel [A.42.06].

Vermutlich brauchst du nicht alle der im MTH enthaltenen Mathe-Themen. Unter www.mathe-seite.de > [Abi-Themen nach Bundesland](#) findest du eine Liste mit denjenigen Themen, die für dein Bundesland und deine Schulart relevant sind.

Weitere kostenlose Lern-Schriften auf Mathe-Seite.de

- Die Lernbuch-Reihe – detailliertes Fachwissen in mehreren Bänden
- Die Mathe-Fibel – alles Nötige in Kompaktform
- Die Lern-Kartei-Karten – handlich und clever
- Die Formelsammlung – das unverzichtbare Nachschlagewerk
- Die Anleitungen für Grafische Taschenrechner – endlich verständlich

A.51 | Mehrdimensionale Funktionen

A.51.01 | Partielle Ableitungen



- [01] $f(x,y) = x \cdot y + 5x - x \cdot e^y$ Bestimmen Sie: f_x f_y f_{xx} f_{xy} und f_{yy} .
[02] $f(x,y) = \frac{1}{2} \cdot \ln(x-y) - x^2 + 2xy$. Bestimmen Sie: f_x f_y f_{xx} f_{xy} und f_{yy} .
[03] $f(x,y) = \frac{1}{2} \cdot x^2 + x \cdot e^y + e^{2y} - 4y$. Bestimmen Sie: f_x f_y f_{xx} f_{xy} und f_{yy} .
[04] $f(x,y) = x + \cos(x \cdot y)$. Bestimmen Sie: f_x f_y f_{xx} f_{xy} und f_{yy} .
[05] $f(x,y) = x^2 - 2xy + (y-2)^2$. Bestimmen Sie den **Wert der ersten Ableitungen** von $f(x,y)$ im Punkt $P(2|1)$.
[06] $f(x,y) = x \cdot e^{2y + \frac{y}{x}}$. Bestimmen Sie die **Ableitung** von $f(x,y)$ bei $Q(3|0)$ in **Richtung $y=2x-6$** .
[07] $f(x,y) = x^2 - 2xy + 4y + (y-2)^2$. Bestimmen Sie: f_x f_y f_{xx} f_{xy} und f_{yy} .

A.51.02 | Partielle Ableitungen



Bestimmen Sie die **Extrempunkte** der folgenden Funktionen:

- [01] $f(x,y) = x \cdot y + 5x - x \cdot e^y$ mit $x > 0$
[02] $f(x,y) = \frac{1}{2} \cdot \ln(x-y) - x^2 + 2xy$
[03] $f(x,y) = \frac{1}{2} \cdot x^2 + x \cdot e^y + e^{2y} - 4y$
[04] $f(x,y) = x + \cos(x \cdot y)$ mit $0 < x, y < 2$
[05] $f(x,y) = x^2 + 2xy - 4y$ Bestimmen Sie das Maximum von $f(x,y)$ unter der Nebenbedingung $(x-2y) \cdot (2x+y) = 0$

A.51.03 | Tangentialebenen



Bestimmen Sie die **Tangentialebene** an die Funktion im angegebenen Punkt.

- [01] $f(x,y) = \frac{1}{2} \cdot (x^2 - y^2)$ E_{Tan} in $A(2|-2)$
[02] $g(x,y) = x/y + 2y/x$ E_{Tan} in $B(1|2)$
[03] $h(x,y) = x^2 \cdot e^{xy} - 3y^2$ E_{Tan} in $C(-1|0)$

A.52 | Diverses zu Funktionen

A.52.01 | Definitionsmenge, hebbare Lücken, Polstellen



- [01] Untersuchen Sie $f(x) = \frac{x^2+2x}{x^2-1}$ auf **Asymptoten**, **hebbare Lücken**, **Polstellen**. Vereinfachen Sie $f(x)$ gegebenenfalls.
[02] Untersuchen Sie $f(x) = \frac{x^2+2x}{x^2-4}$ auf **Asymptoten**, **hebbare Lücken**, **Polstellen**. Vereinfachen Sie $f(x)$ gegebenenfalls.
[03] Untersuchen Sie $f(x) = \frac{x^3-2x^2+x}{(x-1)^3}$ auf **Asymptoten**, **hebbare Lücken**, **Polstellen**. Vereinfachen Sie $f(x)$ gegebenenfalls.
[04] Untersuchen Sie $f(x) = \frac{(x-1)^3}{x^3-2x^2+x}$ auf **Asymptoten**, **hebbare Lücken**, **Polstellen**. Vereinfachen Sie $f(x)$ gegebenenfalls.
[05] Untersuchen Sie $f(x) = \frac{x^2-6x+5}{x^2+x-2}$ auf **Asymptoten**, **hebbare Lücken**, **Polstellen**. Vereinfachen Sie $f(x)$ gegebenenfalls.

- [06] Untersuchen Sie $f(x) = \frac{x^2+4x-5}{x^2+3x+2}$ auf **Asymptoten, hebbare Lücken, Polstellen**.
Vereinfachen Sie $f(x)$ gegebenenfalls.

A.52.02 | Grenzwertbestimmung mit l'Hospital

Bestimmen Sie folgende **Grenzwerte**:

- [01] Bestimmen Sie $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2+4x-5}{x^2+3x+2}$. [02] Bestimmen Sie $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3-2x^2+x}{(x-1)^3}$.
[03] Bestimmen Sie $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^{2x}-2}{e^x+12}$. [04] Bestimmen Sie $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(2x)-1}{3x}$.
[05] Bestimmen Sie $\lim_{x \rightarrow 0} x \cdot \ln(x)$. [06] Bestimmen Sie $\lim_{x \rightarrow 0} x \cdot \sin\left(\frac{1}{x}\right)$.
[07] Bestimmen Sie $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2+x}-\sqrt{6-x}}{\sqrt{2x}-2}$.



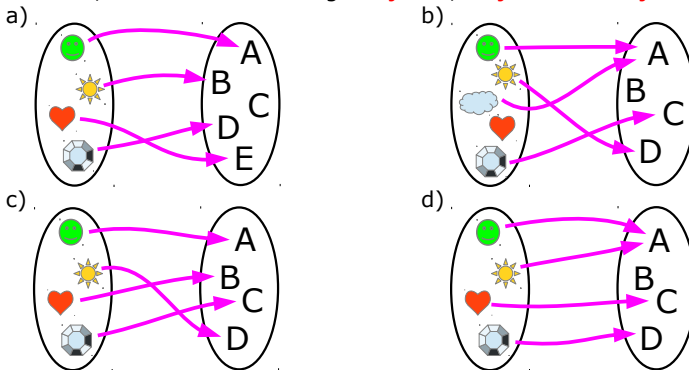
A.52.03 | Verkettung von Funktionen

- [01] $f(x)=\sqrt{x}$, $g(x)=x^2+3$. **Bestimmen Sie:** $f \circ g(x)$ und $g \circ f(x)$.
[02] $f(x)=2x$, $g(x)=\sin(x)$, $h(x)=1-x^2$. **Bestimmen Sie:** $h \circ f(x)$ und $h \circ g \circ f(x)$.
[03] $f(x) = \frac{e^{2x}-1}{e^x+1}$, $g(x)=\ln(x)$, $h(x) = \frac{1}{x+1}$. **Bestimmen Sie:** $f \circ g \circ h(x)$.



A.52.04 | Injektivität, Surjektivität, Bijektivität

- [01] Prüfen Sie, welche der Zuordnungen **injektiv, surjektiv** oder **bijektiv** ist:



- [02] Prüfen Sie $f(x)=x^2-4x$ auf **Injektivität, Surjektivität, Bijektivität** für:
a) $f : (-\infty; \infty) \rightarrow (-\infty; \infty)$ c) $f : (-\infty; \infty) \rightarrow (-4; \infty)$
b) $f : [2; \infty) \rightarrow (-\infty; \infty)$ d) $f : (2; \infty) \rightarrow \mathbb{R}^+$
- [03] Prüfen Sie $f(x)=2\sin(x)$ auf **Injektivität, Surjektivität, Bijektivität** für:
a) $f : \mathbb{R} \rightarrow [-2; 2]$ b) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
- [04] Prüfen Sie $f(x)=x^3+3x$ auf **Injektivität, Surjektivität, Bijektivität**.
[05] Prüfen Sie $f(x)=x^3-3x$ auf **Injektivität, Surjektivität, Bijektivität**.
[06] Prüfen Sie $f(x) = 2\sqrt{x}$ auf **Injektivität, Surjektivität, Bijektivität**.
a) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ b) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$ c) $f : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$ d) $f : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^-$

A.53 | Differentialgleichung

A.53.01 | Lösung einfacher DGL

- [01] Bestätigen Sie durch Rechnung, dass $f(x)=60+5e^{-0,2x}$ die Lösung der DGL $f'(x) = 0,2 \cdot [60-f(x)]$ ist.
- [02] Bestimmen Sie „k“ so, dass die DGL $g(x)=-0,5 \cdot g'(x)$ durch die Funktion $g(x)=12 \cdot e^{k \cdot x}$ erfüllt wird.
- [03] Bestimmen Sie die Parameter „a“ und „b“ so, dass $h(x)=3\sin(ax)+b$ die DGL $4h(x)+h''(x)=6$ erfüllt.

A.53.02 | lineare, homogene DGL

Bestimme die Lösung der DGL:

- [01] $y' + 3x^2y=0$
- [02] $2y'-xy=0$ mit der Anfangsbedingung $y(1)=2$.
- [03] $\frac{1}{2} \cdot y' + \sin(x) \cdot y=0$ mit $y(\pi)=e^2$.
- [04] $\frac{y'}{x} - 3y^2 = 0$ mit $y(0)=1$.

A.53.03 | lineare, inhomogene DGL

Bestimme die Lösung der DGL:

- [01] $y'+3x^2y=x^2$
- [02] $2y'-xy=e^{0,25x^2}$ mit der Anfangsbedingung $y(0)=5$.
- [03] $\frac{1}{2} \cdot y' + \sin(x) \cdot y - \sin(x)=0$ mit $y(\pi)=e^2+1$.

A.53.04 | homogene DGL höherer Ordnung mit konstanten Koeffizienten

Bestimme die Lösung der DGL:

- [01] $y''-3y'-4y=0$ unter den Anfangsbedingungen $y(0)=2$ und $y'(0)=3$
- [02] $y'''-6y''+9y'=0$
- [03] $2y'''-6y''-12y'+16y=0$
- [04] $y'''-y''+4y'-4y=0$

A.53.05 | inhomogene DGL höherer Ordnung mit konstanten Koeffizienten

Bestimme die Lösung der DGL:

- [01] $y''-3y'-4y=2x^2-x-4$
- [02] $y'''-6y''+9y'=4x \cdot e^{2x}$
- [03] $2y'''-6y''-12y'+16y=8\sin(2x)$
- [04] $y'''-y''+4y'-4y=(18x-18) \cdot \cos(x)$

A.54 | komplexe Zahlen

A.54.01 | Grundlagen und Begriffe

[01] **Zeichnen Sie:** $z_1=3+2i$, $z_2=4$, $z_3=-3i$ ein.

[02] $z_1=3+2i$, $z_2=4$, $z_3=-3i$

a) Geben Sie **$\bar{z}_1$, $\bar{z}_2$, $\bar{z}_3$** an.

b) Schätzen Sie **Radius** und **Argument** von z_1 , z_2 , z_3 aus der Skizze.



A.54.02 | Addieren, Multiplizieren, Konjugation

[01] $z_1=4+2i$, $z_2=1,5-3i$. Bestimmen Sie **$\bar{z}_1$, $\bar{z}_2$, z_1+z_2 , z_1-z_2 , $z_1 \cdot z_2$** .

[02] $z_1=4 \cdot e^{2i}$, $z_2=1,5e^{-3i}$. Bestimmen Sie **$\bar{z}_1$, $\bar{z}_2$, $z_1 \cdot z_2$** .

[03] $z_1=-2+2i$, $z_2=-2-2i$. Bestimmen Sie **$\bar{z}_1$, $\bar{z}_2$, z_1+z_2 , z_1-z_2 , $z_1 \cdot z_2$** .

[04] $z_1=2 \cdot e^{210^\circ i}$, $z_2=2 \cdot e^{-210^\circ i}$. Bestimmen Sie **$\bar{z}_1$, $\bar{z}_2$, $z_1 \cdot z_2$** .

[05] $z_1=5+i$, $z_2=1-i$. Bestimmen Sie **$\bar{z}_1$, $\bar{z}_2$, z_1+z_2 , z_1-z_2 , $z_1 \cdot z_2$** .

[06] $z_1=5 \cdot e^i$, $z_2=e^{-1}$. Bestimmen Sie **$\bar{z}_1$, $\bar{z}_2$, $z_1 \cdot z_2$** .

[07] $z_1=4+2i$, $z_2=-1-3i$. Stellen Sie die **Summe z_1+z_2 grafisch** dar!

[08] $z_1=4 \cdot e^{120^\circ i}$, $z_2=2 \cdot e^{-90^\circ i}$. Stellen Sie das **Produkt $z_1 \cdot z_2$ grafisch** dar!



A.54.03 | Umrechnung der drei Darstellungsformen [Polarform, trigonometrische Form, algebraische Form = kartesische Koordinaten]

[01] $z=4+3i$. Geben Sie z in **Polarform** und in **trigonometrischer Form** an.

[02] $z=4 \cdot e^{-2i}$. Geben Sie z in **kartesischen Koordinaten** und in **trigonometrischer Form** an.

[03] $z=0,4 \cdot (\cos(1)+i \cdot \sin(1))$. Geben Sie z in **Polarform** und in **kartesischen Koordinaten** an.

[04] $z=-2+2i$. Geben Sie z in **Polarform** und in **trigonometrischer Form** an.

[05] $z=2 \cdot e^{30^\circ \cdot i}$. Geben Sie z in **kartesischen Koordinaten** und in **trigonometrischer Form** an.

[06] $z=8 \cdot (\cos(-135^\circ)+i \cdot \sin(-135^\circ))$. Geben Sie z in **Polarform** und in **kartesischen Koordinaten** an.



A.54.04 | Kehrwerte und Division

[01] Bestimmen Sie den **Kehrwert z^{-1}** von $z = 4 \cdot e^{3i}$.

[02] Bestimmen Sie den **Quotienten $\frac{z_1}{z_2} = ?$** von $z_1=2e^{4i}$ und $z_2=8e^{-2i}$.

[03] Bestimmen Sie den **Kehrwert z^{-1}** von $z = 4+3i$.

[04] Bestimmen Sie den **Kehrwert z^{-1}** von $z=-1+5i$.

[05] Bestimmen Sie den **Quotienten $\frac{z_1}{z_2} = ?$** von $z_1=6+3i$ und $z_2=3+2i$.

[06] Bestimmen Sie den **Quotienten $\frac{z_1}{z_2} = ?$** von $z_1=-4+9i$ und $z_2=2-i$.



A.54.05 | Potenzieren

[01] $z=4e^{5i}$ **Bestimmen Sie z^3** .

[02] $z=4e^{5i}$ **Bestimmen Sie $z=(3-2i)^2$** .

[03] $z=4e^{5i}$ **Bestimmen Sie $z=(-3-4i)^{12}$** .

[04] $z=4e^{5i}$ **Bestimmen Sie $z=(12+5i)^8$** .





A.54.06 | Wurzel ziehen

- [01] Es gilt: $z^3=4e^{6i}$. **Bestimmen** Sie z .
- [02] Es gilt: $z^2=4+3i$. **Bestimmen** Sie z .
- [03] Es gilt: $z^5=12+6i$. **Bestimmen** Sie z .
- [04] Es gilt: $z^8=-8+6i$. **Bestimmen** Sie z .



A.54.07 | Logarithmus und so'n Zeug

- [01] **Bestimmen** Sie $\ln(4-2i)$.
- [02] **Bestimmen** Sie $2\ln(-1+8i)$.
- [03] **Bestimmen** Sie $(2-3i) \cdot e^{4i}$.
- [04] **Bestimmen** Sie $1,5 \cdot (5+i) \cdot e^{-2i}$.

A.54.08 Cardanische Lösungsformel

[Keine Aufgaben. Das möchten Sie nicht wirklich rechnen ☺]

A.55 | Finanzmathematik



A.55.01 | Zinseszinsrechnung

- [01] Clara findet Anfang Aug.2013 ein altes Sparbuch von ihrem Opa. Die letzte Eintragung des Sparbuchs ist von Anfang Apr.1962 und lautet 42.627,82 DM. Da es sich um ein Sparbuch handelt, bei welchem ein fester Zinssatz von 6% ausgemacht ist, kann Clara leicht ausrechnen auf welchen Betrag das Guthaben nun angewachsen ist. Wie hoch ist **das Vermögen**, wenn der Wechselkurs bei 1,96 DM pro € liegt?
- [02] a) **Wie lange** muss man warten, um bei 5% Zinsen und einem Euro Startkapital zum Millionär zu werden? b) **Wie lange** würde es dauern, wenn man 2% Inflation berücksichtigt?
- [03] Eine junge 22-jährige Frau erbt ein Vermögen von 15.318€ und träumt davon, sich als 65-jährige Rentnerin eine 70.000€ teure Villa mit Swimmingpool in Spanien zu kaufen. **Welchen Zinssatz** müsste sie von der Bank bekommen?



A.55.02 | Ratensparen

- [01] Emil möchte sich in fünf Jahren ein Motorrad kaufen und legt dafür 250€ monatlich zurück. Kürzlich hat er von einem Ratensparvertrag bei der Bank gehört, bei welchem er 6% Zinsen p.a. auf sein gespartes Vermögen bekommen würde. **Wieviel Geld** hätte er am Ende des fünften Jahres?
- [02] Ein Investmentbanker möchte sich ein kleines Boot für 6,5 Mio Euro kaufen. Den Kauf möchte er in 8 Jahren tätigen, wenn er in Ruhestand geht. Welchen **monatlichen Betrag** muss er bei 4,5% p.a. vorschüssiger Verzinsung zurücklegen, damit ihm die Gesamtsumme rechtzeitig zur Verfügung steht?
- [03] Ein Crackdealer möchte beruflich aufsteigen. Dafür muss er aber leider 360.000,-€ in eine große Kokainlieferung investieren. Er spart monatlich 4.500,-€ an, die er bei guten „Freunden“ bei einem Zinssatz von 15% p.a. anlegt. **Wann** hat er ausreichend Geld zusammen?

A.55.03 | Tilgungsrechnung (Annuitäten)

- [01] Ein Kredit über 300.000,-€ soll bei einem Prozentsatz von 6% getilgt werden.
- Wie hoch muss die **monatliche Rate** mindestens sein?
 - Welche **Restschuld** ist bei einer Monatsrate von 2.100,-€ nach 10 Jahren noch übrig?
 - Bestimmen Sie die **Laufzeit** des Darlehens. ($p=6\%$, $R=2100,-€$)
 - Wie hoch ist die anfängliche **prozentuale Tilgung**? ($p=6\%$, $R=2100,-€$)
- [02] Ein Unternehmen benötigt für eine Investition einen Kredit über 240.000,-€. Mit der Kostenersparnis die die Investition mit sich bringt, könnte man eine monatliche Summe zur Tilgung des Kredits aufbringen. Bei einem Zinssatz von 4% p.a. wäre der Kredit nach 6 Jahren und vier Monaten getilgt.
- Mit welcher **monatlichen Annuität** rechnet das Unternehmen?
[runden Sie bitte auf ganze Zahlen]
 - Wie hoch ist demnach die **Tilgung** im ersten Monat?
 - Wie hoch ist die **Tilgung** im 25. Monat?
 - Welche **Gesamtsumme** hat das Unternehmen insgesamt zurückgezahlt?
- [03] Für die Rückzahlung eines Kredits über 180.000,-€ vereinbart ein Schuldner mit der Bank eine variable Annuität mit festgelegter jährlicher Tilgung in Höhe von 30.000€. Die Rückzahlung erfolgt in einer einmaligen jährlichen Summe, die Verzinsung in Höhe von 4,5% p.a. erfolgt nachschüssig.
- Wann ist der Kredit **getilgt**?
 - Erstellen Sie einen **Tilgungsplan**.
 - Berechnen Sie die Gesamthöhe der **gezahlten Zinsen**.



A.55.04 | Interner Zinsfuß

- [01] Eine Investition über 370.000,-€ eines Unternehmens würde nach einem, nach zwei und nach fünf Jahren eine Ersparnis von jeweils 130.000,-€ bringen. Entscheiden Sie auf der Grundlage eines internen Zinssatzes von 7% **ob sich die Investition lohnt**.
- [02] Ein Unternehmen erwägt die Anschaffung einer neuen Produktionsmaschine. Der Anschaffungspreis liegt bei 24.000,- €. Für die Wartung müsste das Unternehmen in den ersten drei Jahren jeweils 1.000€ investieren, im zweiten Jahr kämen noch Kosten in Höhe von 1.000,-€ für die Schulung des Personals hinzu. Die Kosteneinsparung läge im Jahr 1 bei 8.000,-€, im Jahr 2 und Jahr 3 bei jeweils 12.000,-€. Entscheiden Sie, **ob die Investition** bei einem internen Zinsfuß von 6% **sinnvoll ist**.
- [03] Eine Investition über 370.000,-€ eines Unternehmens würde nach einem, nach zwei und nach drei Jahren eine Ersparnis von jeweils 130.000,-€ bringen. Entscheiden Sie auf der Grundlage des internen Zinsfußes **bis zu welchem Zinssatz** sich die Investition lohnt.



Ergebnisse

[A.51.01]

[01] $f_x(x,y) = y + 5 + e^y$

$f_{xx}(x,y) = 0$

$f_{x,y}(x,y) = f_{y,x}(x,y) = 1 - e^y.$

[02] $f_x(x,y) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{x-y} - 2x + 2y$

$f_{xx}(x,y) = -\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{(x-y)^2} - 2$

$f_{xy}(x,y) = f_{yx}(x,y) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{(x-y)^2} + 2.$

$f_y(x,y) = x - x \cdot e^y$

$f_{yy}(x,y) = -x \cdot e^y$

$f_y(x,y) = -\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{x-y} + 2x$

$f_{yy}(x,y) = -\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{(x-y)^2}$

[03] $f_x(x,y) = x + e^y$

$f_{xx}(x,y) = 1$

$f_{x,y}(x,y) = f_{y,x}(x,y) = e^y.$

[04] $f_x(x,y) = 1 - \sin(x \cdot y) \cdot y$

$f_{xx}(x,y) = -y^2 \cdot \cos(x \cdot y)$

$f_{x,y}(x,y) = f_{y,x}(x,y) = -\cos(x \cdot y) \cdot x \cdot y - \sin(x \cdot y)$

$f_y(x,y) = x \cdot e^y + 2e^{2y} - 4$

$f_{yy}(x,y) = x \cdot e^y + 4e^{2y}$

$f_y(x,y) = -\sin(x \cdot y) \cdot x$

$f_{yy}(x,y) = -x^2 \cdot \cos(x \cdot y)$

[05] $f_x(2,1) = 2$

$f_y(2,1) = -4$

[06] Die Richtungsableitung beträgt $\frac{41}{3}$

[07] Die Ableitung beträgt 1.

[A.51.02]

[01] keine Extrema

[02] keine Extrema [zwei Sattelpunkte bei $P_{1,2}(\pm 0,5|0)$]

[03] TP(-2|ln(2))

[04] keine Extrema

[05] Minimum: $f\left(\frac{1}{2} \middle| \frac{1}{4}\right) = \frac{1}{2}$. Maximum: $f\left(\frac{4}{3} \middle| -\frac{8}{3}\right) = \frac{16}{3}$

[A.51.03]

[01] $T(x,y) = 2x + 2y$

[02] $T(x,y) = -\frac{7}{2}x + \frac{7}{4}y + \frac{9}{2}$

[03] $T(x,y) = -2x - y - 1$

[A.52.01]

[01] $D = \mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$, keine hebbaren Lücken, senkrechte Asymptoten bei $x = \pm 1$, waagerechte Asymptoten $y = 1$

[02] $D = \mathbb{R} \setminus \{\pm 2\}$, hebbare Lücke bei $(-2|0,5)$, senkrechte Asymptote bei $x = 2$, waagerechte Asymptoten $y = 1$.

[03] $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$, keine hebbare Lücke, senkrechte Asymptote bei $x = 1$, waagerechte Asymptoten $y = 1$.

[04] $D = \mathbb{R} \setminus \{0;1\}$, hebbare Lücke bei $(1|0)$, senkrechte Asymptote bei $x = 0$, waagerechte Asymptoten $y = 1$.

[05] $D = \mathbb{R} \setminus \{1;-2\}$, hebbare Lücke bei $(1|-4/3)$, senkrechte Asymptote bei $x = -2$, waagerechte Asymptoten $y = 1$.

[06] $D = \mathbb{R} \setminus \{-1;-2\}$, keine hebbare Lücke, senkrechte Asymptoten bei $x = -1$ und bei $x = -2$, waagerechte Asymptoten $y = 2$.

[A.52.02]

- [01] Grenzwert=1
[03] Grenzwert= ∞
[05] Grenzwert=0
[07] Grenzwert=1

- [02] Grenzwert= ∞
[04] Grenzwert=0
[06] Grenzwert=0

[A.52.03]

- [01] $f \circ g(x) = \sqrt{x^2+3}$, $g \circ f(x) = x+3$
[02] $h \circ f(x) = 1-4x^2$, $h \circ g \circ f(x) = \cos^2(2x)$
[03] $f \circ g \circ h(x) = -\frac{x}{x+1}$

[A.52.04]

- [01] a) injektiv b) weder injektiv noch surjektiv
c) bijektiv d) weder injektiv noch surjektiv
[02] a) weder injektiv noch surjektiv b) injektiv
c) surjektiv d) bijektiv
[03] a) surjektiv b) weder injektiv noch surjektiv
[04] bijektiv
[05] surjektiv
[06] a) injektiv b) bijektiv
c) bijektiv d) injektiv

[A.53.01]

- [01] Beweis ... [02] $k=-2$ [03] $a=\pm 2$, $b=1,5$

[A.53.02]

- [01] $y=e^{-x^2+c}$ [02] $y=e^{-0,25x^2+0,5 \cdot (2\ln(2)-0,5)}=\dots=2e^{-0,25x^2-0,25}$
[03] $y=e^{2\cos(x)+4}$ [04] $y=\frac{-2}{3x^2-2}$

[A.53.03]

- [01] $y=\frac{1}{3}+c \cdot e^{-x^2}$ [02] $y=e^{0,25x^2} \cdot (0,5x+5)$ [03] $y=1+e^4 \cdot e^{2 \cdot \cos(x)}$

[A.53.04]

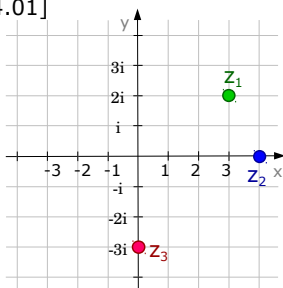
- [01] $y=e^{-x}+e^{4x}$ [02] $y=a+(bx+c) \cdot e^{3x}$
[03] $y=a \cdot e^x+b \cdot e^{-2x}+c \cdot e^{4x}$ [04] $y=a \cdot e^x+b \cdot \sin(2x)+c \cdot \cos(2x)$

[A.53.05]

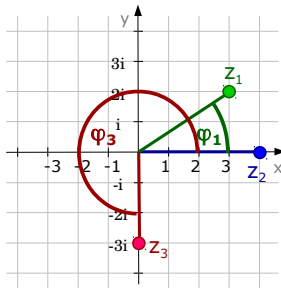
- [01] $y=e^{-x}+e^{4x}-0,5x^2+x$ [02] $y=a+(bx+c) \cdot e^{3x}+(2x+3) \cdot e^{2x}$
[03] $y=a \cdot e^x+b \cdot e^{-2x}+c \cdot e^{4x}+0,1 \cdot \sin(2x)+0,1 \cdot \cos(2x)$
[04] $y=a \cdot e^x+b \cdot \sin(2x)+c \cdot \cos(2x)+(-3x+1) \cdot \cos(x)+(3x-2) \cdot \sin(x)$

[A.54.01]

[01]



[02]



weiterhin zu [02]: a) $\bar{z}_1=3-2i$; $\bar{z}_2=4$; $\bar{z}_3=3i$

b) $r_1 \approx 3,6$ $\varphi_1 \approx 34^\circ$ $r_2=4$ $\varphi_2=0^\circ$ $r_3=3$ $\varphi_3=270^\circ$

[A.54.02]

[01] $\bar{z}_1=4-2i$; $\bar{z}_2=1,5+3i$; $z_1+z_2=5,5+i$; $z_1-z_2=2,5-5i$; $z_1 \cdot z_2=12-9i$

[02] $\bar{z}_1=4 \cdot e^{-2i}$; $\bar{z}_2=1,5 \cdot e^{3i}$; $z_1 \cdot z_2=6 \cdot e^{-i}$

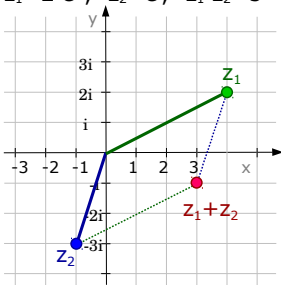
[03] $\bar{z}_1=-2-2i$; $\bar{z}_2=-2+2i$; $z_1+z_2=-4$; $z_1-z_2=4i$; $z_1 \cdot z_2=8$

[04] $\bar{z}_1=2 \cdot e^{210^\circ \cdot i}$; $\bar{z}_2=2 \cdot e^{210^\circ \cdot i}$; $z_1 \cdot z_2=4$

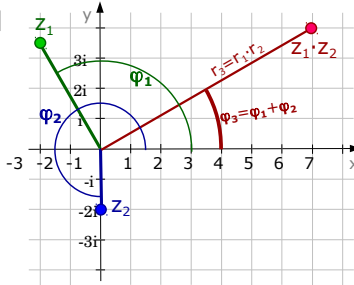
[05] $\bar{z}_1=5-i$; $\bar{z}_2=1+i$; $z_1+z_2=6$; $z_1-z_2=4+2i$; $z_1 \cdot z_2=6-4i$

[06] $\bar{z}_1=2 \cdot e^{i}$; $\bar{z}_2=e^i$; $z_1 \cdot z_2=5$

[07]



[08]



[A.54.03]

[01] $z=5 \cdot e^{36,8^\circ \cdot i}$ bzw. $z=5 \cdot [\cos(36,8^\circ) + i \cdot \sin(36,8^\circ)]$

[02] $z=-1,66-3,64 \cdot i$ bzw. $z_1=4 \cdot [\cos(-2) + i \cdot \sin(-2)]$

[03] $z=0,4 \cdot e^i$ bzw. $z_1=0,22+i \cdot 0,33$

[04] $z=\sqrt{8} \cdot e^{135^\circ \cdot i}$ bzw. $z=\sqrt{8} \cdot [\cos(135^\circ) + i \cdot \sin(135^\circ)]$

[05] $z=\sqrt{3}+i$ bzw. $z_1=2 \cdot [\cos(30^\circ) + i \cdot \sin(30^\circ)]$

[06] $z=8 \cdot e^{-135^\circ \cdot i}$ bzw. $z_1=-5,66-i \cdot 5,66$

[A.54.04]

[01] $z^{-1}=0,25 \cdot e^{-3 \cdot i}$;

[02] $z_1 \cdot z_2=0,25 \cdot e^{6 \cdot i}$;

[03] $z^{-1}=0,16-0,12 \cdot i$;

[04] $z^{-1}=\frac{1}{26}-\frac{5}{26}i$;

$$[05] z_1:z_2 = \frac{24}{13} - \frac{3}{13}i;$$

$$[06] z_1:z_2 = -\frac{17}{5} + \frac{14}{5}i$$

[A.54.05]

$$[01] z^3 = 64 \cdot e^{15 \cdot i},$$

$$[02] z^2 = 5 - 12 \cdot i;$$

$$[03] z^{12} = 5^{12} \cdot e^{277,2^\circ \cdot i},$$

$$[04] z^8 = 13^8 \cdot e^{181^\circ \cdot i};$$

[A.54.06]

$$[01] z_1 = \sqrt[3]{4} \cdot e^{-2i} \quad z_2 = \sqrt[3]{4} \cdot e^{(-2 + \frac{2}{3}\pi)i} \quad z_3 = \sqrt[3]{4} \cdot e^{(-2 + 2 \cdot \frac{2}{3}\pi)i};$$

$$[02] z_1 = \sqrt{5} \cdot e^{18,4^\circ \cdot i} \quad z_2 = \sqrt{5} \cdot e^{198,4^\circ \cdot i}$$

$$[03] z_1 = 1,68 \cdot e^{0,09 \cdot i} \quad z_2 = 1,68 \cdot e^{1,35 \cdot i} \quad z_3 = 1,68 \cdot e^{2,6 \cdot i} \quad z_4 = 1,68 \cdot e^{3,86 \cdot i} \quad z_5 = 1,68 \cdot e^{5,12 \cdot i}$$

$$[04] z_1 = 1,33 \cdot e^{0,31 \cdot i} \quad z_2 = 1,33 \cdot e^{1,1 \cdot i} \quad z_3 = 1,33 \cdot e^{1,88 \cdot i} \quad z_4 = 1,33 \cdot e^{2,67 \cdot i}$$

$$z_5 = 1,33 \cdot e^{3,45 \cdot i} \quad z_6 = 1,33 \cdot e^{4,24 \cdot i} \quad z_7 = 1,33 \cdot e^{5,03 \cdot i} \quad z_8 = 1,33 \cdot e^{5,81 \cdot i}$$

[A.54.07]

$$[01] 1,50 - 0,46 \cdot i$$

$$[02] 4,17 + 3,4 \cdot i$$

$$[03] 3,6 \cdot e^{3,02 \cdot i}$$

$$[04] 7,65 \cdot e^{1,8 \cdot i}$$

[A.55.01]

$$[01] K(n) = 432.983,62\text{€}$$

$$[02] \text{a) ca. 283 Jahre} \quad \text{b) ca. 467 Jahre}$$

$$[03] p = 3,6\%$$

[A.55.02]

$$[01] \text{bei nachschüssiger Verzinsung } K(5) = 17.442,51\text{€}$$

$$\text{bei vorschüssiger Verzinsung } K(5) = 17.529,72\text{€}$$

$$[02] R = 56.165,40\text{€}$$

$$[03] n = 55,8 \text{ Jahre}$$

[A.55.03]

$$[01] \text{a) } R > 1500\text{€}$$

$$\text{b) } K(10) = 201.672,39\text{€}$$

$$\text{c) 20 Jahre 11 Monate}$$

$$\text{d) Tilgung} = 2,4\%$$

$$[02] \text{a) } R = 3580\text{€}$$

$$\text{b) } T = 2780\text{€}$$

$$\text{c) } T = 3011,14\text{€}$$

$$\text{d) Summe} = 272.080 \text{ €}$$

$$[03] \text{a) } n = 6 \text{ Jahre}$$

$$\text{c) } 28.350 \text{ €}$$

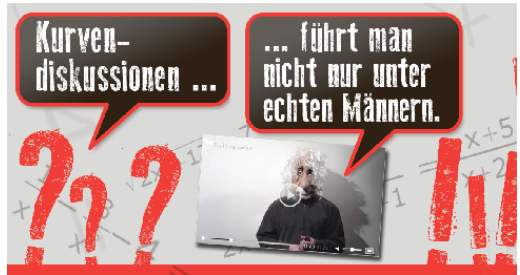
b)

Jahre	Restschuld	Zinsen	Tilgung
1	180.000 €	8.100 €	-30.000 €
2	150.000 €	6.750 €	-30.000 €
3	120.000 €	5.400 €	-30.000 €
4	90.000 €	4.050 €	-30.000 €
5	60.000 €	2.700 €	-30.000 €
6	30.000 €	1.350 €	-30.000 €

[A.55.04]

$$[01] \text{Kapitalwert} = -42.226\text{€} \quad \Rightarrow \text{Investition lohnt sich nicht.}$$

$$[02] \text{Kapitalwert} \approx 739 \text{ €} \quad \Rightarrow \text{Investition lohnt sich.}$$



Damit die Mathe-Seite.de kostenlos bleiben kann, braucht sie deine Hilfe!

facebook.com/matheseite

**Bitte empfiehl
die Mathe-Seite
deinen Freunden.**



h[x]=
MatheSeite